

S.C.No.—2001113

B. A. EXAMINATION, 2021

(First Semester)

MATHEMATICS

Calculus

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 27

Note : Attempt *Four* questions in all. All questions carry equal marks.

कुल चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

1. (a) Using E-S definition, prove that $\sin^2 x$ is a continuous function.

E-S परिभाषा के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि $\sin^2 x$ एक सतत् फलन है ।

(b) Find the n th derivative of $\frac{x}{x^2 + a^2}$.

$\frac{x}{x^2 + a^2}$ का n वाँ अवकलज ज्ञात कीजिए ।

2. (a) If $y = (\sin^{-1} x)^2$, prove that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0.$$

यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0 \quad |$$

(b) If $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$, find the value of

$f\left(\frac{21}{20}\right)$ by using Taylor's theorem.

यदि $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$, तो $f\left(\frac{21}{20}\right)$ का मान टेलर प्रमेय से ज्ञात कीजिए ।

3. (a) Find all asymptotes of the curve :

$$4x^3 - 3xy^2 - y^3 + 2x^2 - xy - y^2 - 1 = 0.$$

वक्र :

$$4x^3 - 3xy^2 - y^3 + 2x^2 - xy - y^2 - 1 = 0$$

के सभी अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए ।

(b) Find the asymptotes of the curve

$$r = \frac{a}{1 - \cos \theta}.$$

वक्र $r = \frac{a}{1 - \cos \theta}$ के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए ।

4. (a) In the cycloid $x = a(\theta + \sin \theta)$;

$$y = a(1 - \cos \theta). \text{ Prove that } \rho = 4a \cos \frac{\theta}{2}.$$

चक्राभ $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$

में, सिद्ध कीजिए कि $\rho = 4a \cos \frac{\theta}{2}$ ।

(b) Show that :

$$x^5 - ax^3y - a^2x^2y + a^3y^2 = 0$$

has a point of Oscul-inflexion at the origin.

दर्शाइए कि $x^5 - ax^3y - a^2x^2y + a^3y^2 = 0$ का मूल बिंदु पर Oscul-inflexion बिन्दु होता है ।

5. (a) Trace the curve :

$$x^2 = (y-1)(y-2)(y-3).$$

वक्र $x^2 = (y-1)(y-2)(y-3)$ का अनुरेखण कीजिए ।

(b) Obtain a reduction formula for :

$$\int e^{ax} \sin^n bx \, dx.$$

$\int e^{ax} \sin^n bx \, dx$ हेतु रिडक्शन फॉर्मूला (समानयन सूत्र) निकालिए ।

6. (a) Obtain a reduction formula for

$$\int \frac{x^m \, dx}{(x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}} \text{ and find the value of}$$

$$\int x^8 (x^3 - 1)^{\frac{-1}{3}} \, dx. \text{ https://www.cbluonline.com}$$

$$\int \frac{x^m \, dx}{(x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}} \text{ हेतु रिडक्शन फॉर्मूला निकालिए}$$

$$\text{तथा } \int x^8 (x^3 - 1)^{\frac{-1}{3}} \, dx \text{ का मान ज्ञात कीजिए ।}$$

(b) Find the whole Length of the astroid
$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

एस्ट्रॉइड $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ की संपूर्ण लम्बाई निकालिए ।

7. (a) Find the area enclosed by the curve
 $xy^2 = 4(2-x)$ and y -axis.

वक्र $xy^2 = 4(2-x)$ तथा y -अक्ष द्वारा घेरे गए क्षेत्र को निकालिए ।

(b) Find the area of one Loop of the curve
 $r = a \sin 3\theta$.

वक्र $r = a \sin 3\theta$ के एक लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

8. (a) The Cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ revolves about the initial line. Find the volume of the solid generated.

कार्डिऑइड $r = a(1 + \cos \theta)$ प्रारंभिक रेखा के परितः भ्रमण करता है । इस प्रकार बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए ।

(b) Find the surface of a sphere of radius a .
त्रिज्या a के किसी गोले की सतह (पृष्ठ) ज्ञात कीजिए ।

9. (a) Find the n th derivative of $\log(ax+b)$.
 $\log(ax+b)$ का n वाँ अवकलज ज्ञात कीजिए ।

(b) State Taylor's theorem with Cauchy's form of remainder.

कौशी के शेष रूप से टेलर की प्रमेय बताइए ।

(c) Define Node and Cusp.

नोड व कस्प को परिभाषित कीजिए ।

(d) Define Quadrature.

क्वाड्रेचर को परिभाषित कीजिए ।

(e) Draw $r = a \sin 3\theta$.

$r = a \sin 3\theta$ ड्रॉ कीजिए ।

<https://www.cbluonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से