

S.C.No.—M/22/2001112

B. A. EXAMINATION, 2022

(First Semester)

(Re-appear)

MATHEMATICS

Algebra

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 27

Note : Attempt *Five* questions in all. All questions carry equal marks.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

Section I**खण्ड I**

1. (a) Show that every square matrix can be expressed in one and only one way as the sum of a symmetric and skew-symmetric matrices.

दर्शाइए कि प्रत्येक वर्ग मैट्रिक्स को सममिति और विषम-सममिती मैट्रिक्स के योग को एक या केवल एक तरीके से प्रकट किया जा सकता है ।

- (b) Show that :

$$\begin{bmatrix} 2i & 1+i & 2-3i \\ -1+i & 5i & 2 \\ -2-3i & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

is Skew-Hermitian Matrix.

5.4

दर्शाइए कि :

$$\begin{bmatrix} 2i & 1+i & 2-3i \\ -1+i & 5i & 2 \\ -2-3i & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

विषम-हर्मिशियन मैट्रिक्स है ।

2. (a) Prove that the set of vectors (1, 2, 0), (0, 3, 1) and (-1, 0, 1) is linearly independent.

सिद्ध कीजिए कि वैक्टर (1, 2, 0), (0, 3, 1) तथा (-1, 0, 1) के समुच्चय रैखिक स्वतंत्र है ।

- (b) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix A and compute A^{-1} , where :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad 5.4$$

मैट्रिक्स A के लिए कैले-हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए और A^{-1} की गणना कीजिए, जहाँ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Section II

खण्ड II

3. (a) Solve :

$$2x - 3y + z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

हल कीजिए :

$$2x - 3y + z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

- (b) Show that :

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$$

is unitary and find A^{-1} . 5.4

दर्शाइए कि :

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$$

ऐकिक है तथा A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

4. (a) For what value of λ , does the system :

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

has no solution.

λ के किस मान के लिए सिस्टम :

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

का कोई हल नहीं है ।

- (b) Write the quadratic form corresponding to the symmetric matrix : **5.4**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

सममिति मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ के संगत

द्विघात रूप लिखिए ।

Section III

खण्ड III

5. (a) Solve the equation $x^3 - 5x^2 + x - 5 = 0$ if one root is i .

समीकरण $x^3 - 5x^2 + x - 5 = 0$ हल कीजिए यदि एक मूल i है ।

- (b) Solve the equation $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$ whose roots are given to be in G.P. **5.4**

समीकरण $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$ हल कीजिए जिसके मूल G.P. में दिये गये हैं ।

6. (a) Remove the second term from the equation :

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$$

समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ से द्वितीय पद हटाइए ।

- (b) If α, β, γ are the roots of the equation $2x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, then find the value of $\sum \frac{1}{\alpha^2}$. **5.4**

यदि α, β, γ समीकरण $2x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

के मूल हैं, तो $\sum \frac{1}{\alpha^2}$ का मान बताइए ।

Section IV

खण्ड IV

7. (a) Solve the equation $x^3 - 12x - 65 = 0$ by Cardan's method.

कार्डन विधि से समीकरण $x^3 - 12x - 65 = 0$ हल कीजिए ।

- (b) Apply Descartes's method to solve the equation : **5.4**

$$x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$$

समीकरण $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ हल करने के लिए देकार्त विधि का प्रयोग कीजिए ।

8. (a) Solve :

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$$

by Ferrari's method.

फेरारी विधि से
 $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ हल
कीजिए ।

- (b) Show that $2x^7 - 5x^4 + 3x^3 - 1 = 0$ has at least four imaginary roots. **5.4**

दर्शाइए कि $2x^7 - 5x^4 + 3x^3 - 1 = 0$ के कम से कम चार काल्पनिक मूल हैं ।

Section V

खण्ड V

9. (a) Define characteristic roots. **1.08**

अभिलाक्षणिक मूल को परिभाषित कीजिए ।

- (b) If A is a square matrix; prove that $A + A^\theta$ is Hermitian. **1.08**

यदि A वर्ग मैट्रिक्स है; तो सिद्ध कीजिए कि $A + A^\theta$ हर्मिशियन है ।

- (c) Find the rank of the matrix : **1.08**

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 6 \\ 9 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 6 \\ 9 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ की कोटि (rank)

ज्ञात कीजिए ।

(d) Prove that every orthogonal matrix is non-singular. **1.08**

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक ऑर्थोगोनल मैट्रिक्स नॉन-सिंगुलर है ।

(e) Define linear dependence and linear independence of vectors. **1.08**

वैक्टरों के रैखिक आश्रितता और रैखिक स्वतंत्रता को परिभाषित कीजिए ।

<https://www.cbluonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से