

S.C.No.—2001112

B. A. EXAMINATION, 2021

(First Semester)

MATHEMATICS

BM-111

Algebra

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 27

Note : Attempt *Four* questions in all. All questions carry equal marks.

कुल चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

1. (a) If A and B are symmetric matrices, show that $AB + BA$ is symmetric.

यदि A व B सममित आव्यूह हैं, तो दर्शाइए कि $AB + BA$ सममित है ।

(b) Show that $\begin{bmatrix} 2 & 1+i & 2+3i \\ 1-i & 1 & -i \\ 2-3i & i & 0 \end{bmatrix}$ is Hermitian.

दर्शाइए कि $\begin{bmatrix} 2 & 1+i & 2+3i \\ 1-i & 1 & -i \\ 2-3i & i & 0 \end{bmatrix}$ हर्मिटीय है ।

2. (a) If A is an n square matrix of rank $n - 1$, show that $\text{adj}A \neq 0$.

यदि A एक रैंक $n - 1$ का n वर्ग आव्यूह है, तो दर्शाइए कि $\text{adj}A \neq 0$ ।

(b) Determine the $(1, -2, 1)$, $(2, 1, -1)$, $(7, -4, 1)$ sets of vectors are L.D. or L.I. निर्धारण कीजिए कि सदिश समुच्चय $(1, -2, 1)$, $(2, 1, -1)$, $(7, -4, 1)$ L.D. अथवा L.I. हैं ।

3. (a) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ is derogatory.

दर्शाए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ डैरोगेटरी

है ।

(b) Find the characteristic roots of

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ के अभिलाक्षणिक मूल निकालिए ।}$$

4. (a) For what value of λ , does the system

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ has no}$$

solution ?

λ के किस मान के लिए सिस्टम

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ का कोई हल नहीं}$$

है ?

(b) Show that the $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ matrix is unitary and find its inverse (with the help of unitary property).

दर्शाए कि $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ आव्यूह इकाई है तथा इसका व्युत्क्रम (इकाई गुण की सहायता से) निकालिए ।

5. (a) Express the :

$$x_1y_1 + 2x_1y_2 - 13x_1y_3 - 4x_2y_1 +$$

$$15x_2y_2 - x_2y_3$$

bilinear form in matrix notation and find the matrix of bilinear form.

बाइलीनियर रूप :

$$x_1y_1 + 2x_1y_2 - 13x_1y_3 - 4x_2y_1 +$$

$$15x_2y_2 - x_2y_3$$

को आव्यूह नोटेशन में व्यक्त कीजिए तथा बाइलीनियर रूप का आव्यूह ज्ञात कीजिए ।

(b) Write $x_1^2 + 2x_1x_3 - x_2x_3$ in matrix form.

$x_1^2 + 2x_1x_3 - x_2x_3$ का आव्यूह रूप में लिखिए ।

6. (a) Solve the equation :

$$x^4 - 16x^3 + 86x^2 - 176x + 105 = 0,$$

two roots being 1 and 7.

समीकरण :

$$x^4 - 16x^3 + 86x^2 - 176x + 105 = 0$$

को हल कीजिए, जिसके दो मूल 1 व 7 हैं ।

(b) Solve :

$$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0,$$

whose roots are in A.P.

$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$ को हल कीजिए, जिसके मूल समांतर श्रेणी में हैं ।

7. (a) Show that the equation :

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 24x + 24 = 0$$

cannot have multiple roots.

दर्शाइए कि समीकरण :

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 24x + 24 = 0$$

के बहु मूल नहीं हो सकते ।

(b) Diminish the roots of the equation :

$$x^5 + 4x^3 - x^2 + 11 = 0$$

by 3 and find the new equation.

समीकरण :

$$x^5 + 4x^3 - x^2 + 11 = 0$$

के मूलों से 3 घटाइए तथा नया समीकरण प्राप्त कीजिए ।

8. (a) Solve the equation :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

by Cardan's method.

समीकरण :

$$x^3 - 18x - 35 = 0$$

को कार्डन विधि से हल कीजिए ।

(b) Solve the equation :

$$x^4 - 12x - 5 = 0$$

by the product of two quadratic factors.

समीकरण :

$$x^4 - 12x - 5 = 0$$

को दो वर्ग गुणकों के गुणन द्वारा हल कीजिए ।

9. (a) Show that the equation :

$$x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$$

has at least four complex roots.

दर्शाइए कि समीकरण $x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$ के कम से कम चार कॉम्प्लेक्स मूल होते हैं।

(b) Show that the equation $x^{2n} - 1 = 0$ has two real roots and the rest are complex.

दर्शाइए कि समीकरण $x^{2n} - 1 = 0$ के दो वास्तविक मूल तथा शेष कॉम्प्लेक्स होते हैं।

<https://www.cbluonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से